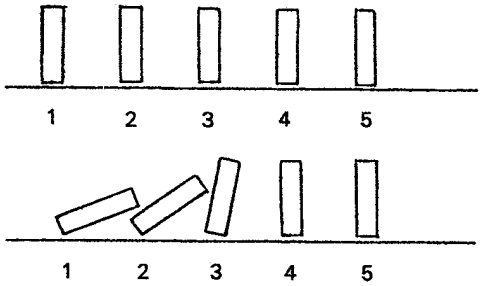
单元 A3：数学归纳法

特定目标：

1. 理解数学归纳法原理。
2. 运用数学归纳法原理证明有关正整数的命题。
3. 能修改数学归纳法原理以适合不同的需要。

内容	时间分配	教学建议
3.1 数学归纳法原理及其应用	6	作为一简单介绍，教师可要求学生考虑 $1 = 1$ $1 + 3 = 4$ $1 + 3 + 5 = 9$ …… …… 去推测首n个奇正整数之和的公式。建立了命题 $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2$之后，学生在引导下应能理解到若仅验证了有限次，他们还不能肯定此命题的一般正确性。教师可随即示范利用数学归纳法去证明上述命题。 教师宜明确地将数学归纳法原理写在黑板上，并可利用骨牌游戏去帮助解释其原理： 

内容	时间分配	教学建议
3.2 数学归纳法原理的其它常见形式及 其应用	6	教师应举不同例子示范数学归纳法之应用，例子宜包括级数和、整除性及一些不等式的证明。数学归纳法原理在不同情况下有不同的变更。教师可用例子说明去证明命题一定要同时满足数学归纳法的两个条件，缺一不可。其它应用包括证明： (i) 正整指数的二项式定理 (ii) 棣美弗定理，其中 n 为正整数 (iii) 一些和行列式及方阵有关的命题 (iv) 莱布尼兹定理及一些和 n 阶导数有关的命题 作为较深入的研究，教师可以和学生讨论一些需要用归纳法的其它形式之情况。 *例*： $x^n + y^n$ 可被 $x + y$ 整除，其中 n 为奇正整数。 *例*： 斐波那契序列定义如下： $a_0 = 0$ ， $a_1 = 1$ $a_{n+1} = a_{n-1} + a_n$ ，其中 n 为自然数。 证明 $a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$。 教师应指出有必要修改数学归纳法原理才能证明上述两例子。教师宜讨论一些以递推公式定义的序列例子。
	12	